# VARIANTA 5

**SUBIECTUL I (30p)**

5p **1.** Să se determine numărul elementelor mulțimii $A=\{x\in\mathbb{Z} \mid |x+1|\le 2\}$.

5p **2.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{\sqrt[3]{1}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{3}, ..., \sqrt[3]{30}\}$, acesta să fie număr rațional.

5p **3.** Fie funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+3$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=2x-1$. Să se determine soluția reală a ecuației $2f(x)+3g(x)=-5$.

5p **4.** După o reducere cu 20 %, prețul unui produs este 320 de lei. Să se determine prețul produsului înainte de reducere.

5p **5.** În reperul cartezian $(O,\vec{i},\vec{j})$ se consideră vectorii $\vec{u}=-3\vec{i}+2\vec{j}$ și $\vec{v}=5\vec{i}-\vec{j}$. Să se determine coordonatele vectorului $5\vec{u}+3\vec{v}$.

5p **6.** Fie triunghiul dreptunghic *ABC* și *D* mijlocul ipotenuzei *BC*. Să se calculeze lungimea laturii *AB*, știind că $AC=6$ și $AD=5$.

**SUBIECTUL II (30p)**

**1.** Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} x-3 & 1 \\ 1 & x-3 \end{pmatrix}$, $x\in\mathbb{R}$. Se notează $A^2=A\cdot A$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se determine $x$ real, știind că $\det(A)=0$.

5p **b)** Să se verifice egalitatea $A^2=(2x-6)A-(x^2-6x+8)\cdot I_2$.

5p **c)** Să se determine $x\in\mathbb{R}$ pentru care $A^2=2A$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x\circ y=xy-2(x+y)+6$.

5p **a)** Să se arate că $x\circ y=(x-2)(y-2)+2$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se demonstreze că $x\circ 2=2$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Știind că legea de compoziție „$\circ$" este asociativă, să se calculeze valoarea expresiei $E=(-2009)\circ(-2008)\circ\ldots\circ(-1)\circ 0\circ 1\circ 2\circ\ldots\circ 2009$.

**SUBIECTUL III (30p)**

**1.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^{2009}-2009(x-1)-1$.

5p **a)** Să se calculeze $f(0)+f'(0)$.

5p **b)** Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcți · $f$ în punctul $A(0;1)$.

5p **c)** Să se arate că funcția $f$ este convexă pe $[0;+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+e^{-x}$.

5p **a)** Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse ` graficul funcției $f$, axa $Ox$ și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **b)** Folosind faptul că $x^2+e^{-x^2}\ge 1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$, să se demonstreze că $\int_0^1 e^{-x^2}dx\ge\frac{2}{3}$.

5p **c)** Să se determine volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei $Ox$, a graficului funcției $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)+f(-x)$.