

9. $a, b \geq 2$, a impar
 b par

- a^b este pătratul unui număr natural (A)
- a^b nu este pătratul unui număr natural (F)
- $(a+b)^b$ este pătratul unui număr natural (A)
- $(a+b)^a$ este pătratul unui număr natural (N)
- $(2 \cdot a)^b$ nu este pătratul unui număr natural (F)

Exemple:

• $a^b \stackrel{a=3}{\stackrel{b=2}{\Rightarrow}} 3^2$, deci a^b este pătratul unui nr. natural

• $(a+b)^b \stackrel{a=3}{\stackrel{b=2}{\Rightarrow}} (3+2)^2 = 5^2$, deci $(a+b)^b$ este pătratul unui nr. natural.

• $(a+b)^a \Rightarrow (3+2)^3 = 5^3$.

$\stackrel{a=3}{\stackrel{b=2}{\Rightarrow}} (21+4)^{21} = (25)^{21} = (5^2)^{21} = (5^{21})^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow (a+b)^a$ nu se poate preciza dacă este pătratul unui nr. natural

• $(2 \cdot a)^b \stackrel{b=2}{\stackrel{a=3}{\Rightarrow}} (2 \cdot 3)^2 = 6^2 \Rightarrow (2 \cdot a)^b$ este pătratul unui nr. natural.

10.

$$13^2$$

$$36^7 = (6^2)^7 = (6^7)^2$$

$$7^8 = 7^{2 \cdot 4} = (7^4)^2$$

$$25^5 = (5^2)^5 = (5^5)^2$$

A	B
13	2
36	5
7	7
25	8

sau

$$36^5 = (6^2)^5 = (6^5)^2$$

$$25^7 = (5^2)^7 = (5^7)^2$$

$$11. a) 13^2 = 12^2 + 5^2 \Rightarrow 169 = 144 + 25 \Rightarrow 169 = 169 \quad (A)$$

$$\begin{aligned} 13^{100} &= 13^2 \cdot 13^{98} = (12^2 + 5^2) \cdot 13^{98} = 12^2 \cdot 13^{98} + 5^2 \cdot 13^{98} = \\ &= 12^2 \cdot 13^{2 \cdot 49} + 5^2 \cdot 13^{2 \cdot 49} = 12^2 \cdot (13^{49})^2 + 5^2 \cdot (13^{49})^2 = \\ &= (12 \cdot 13^{49})^2 + (5 \cdot 13^{49})^2 \end{aligned}$$

$$b) 5^{200} = 5^2 \cdot 5^{198} = (4^2 + 3^2) \cdot 5^{198} = 4^2 \cdot 5^{198} + 3^2 \cdot 5^{198} =$$

$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

$$= 4^2 \cdot 5^{2 \cdot 99} + 3^2 \cdot 5^{2 \cdot 99} = 4^2 \cdot (5^{99})^2 + 3^2 \cdot (5^{99})^2 = (4 \cdot 5^{99})^2 + (3 \cdot 5^{99})^2$$

$$12. a) m = 3^{23} \cdot 4^{23} - 2^{21} \cdot 6^{23} = 3^{23} \cdot (2^2)^{23} - 2^{21} \cdot (2 \cdot 3)^{23} =$$

$$= 3^{23} \cdot 2^{46} - 2^{21} \cdot 2^{23} \cdot 3^{23} = 3^{23} \cdot 2^{46} - 2^{44} \cdot 3^{23} =$$

$$= 3^{23} \cdot 2^{44} \cdot (2^2 - 1) = 3^{23} \cdot 2^{44} \cdot (4 - 1) = 3^{23} \cdot 2^{44} \cdot 3 =$$

$$= 3^{24} \cdot 2^{44} = 3^{12 \cdot 2} \cdot 2^{22 \cdot 2} = (3^{12})^2 \cdot (2^{22})^2 = (3^{12} \cdot 2^{22})^2$$

$$b) m = 3^{2011} + 2 \cdot 3^{2010} + 3^{2009} + 3^{2008} = 3^{2008} \cdot (3^3 + 2 \cdot 3^2 + 3 + 1) =$$

$$= 3^{2008} \cdot (27 + 2 \cdot 9 + 4) = 3^{2008} \cdot (27 + 18 + 4) = 3^{2008} \cdot 49 =$$

$$= 3^{2 \cdot 1004} \cdot 7^2 = (3^{1004})^2 \cdot 7^2 = (3^{1004} \cdot 7)^2$$

Limittest

$$1. a) 2^9 \cdot 2^7 = 2^{9+7} = 2^{16}$$

$$b) 2^9 : 2^7 = 2^{9-7} = 2^2$$

$$c) (2^9)^7 = 2^{9 \cdot 7} = 2^{63}$$

$$2. A = 2^{31} + 3^{42}$$

$$u(A) = u(2^{31} + 3^{42}) = u(2^{31}) + u(3^{42}) = u(2^1) + u(3^2) = 2 + 9 = \dots 1$$

$$2 + 9 = 11$$

$$\Rightarrow u(A) = 1$$

$$3. 81^{17} \cdot 7^4 = (9^2)^{17} \cdot 7^{2 \cdot 2} = (9^{17})^2 \cdot (7^2)^2 = (9^{17} \cdot 7^2)^2$$

$$4. m = ?$$

$$2^9 + 2^{10} + 2^{11} = m \cdot 2^9$$

$$2^9 \cdot (1 + 2 + 2^2) = m \cdot 2^9 \quad /: 2^9$$

$$(1 + 2 + 2^2) = m$$

$$m = 3 + 4$$

$$m = 7$$