

VARIANTA 3

SUBIECTUL I (30p)

- 5p 1. Să se determine al zecelea termen al șirului 1, 7, 13, 19,
- 5p 2. Se consideră toate numerele naturale de trei cifre scrise cu elemente din mulțimea $\{1, 2\}$. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un astfel de număr, acesta să fie divizibil cu 3.
- 5p 3. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\sqrt{2+x} = x$.
- 5p 4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$. Să se calculeze $f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1)$.
- 5p 5. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctele $A(2, -1)$ și $B(1, -2)$.
- 5p 6. Să se calculeze aria triunghiului ABC , știind că $AB = AC = \sqrt{2}$, $m(\sphericalangle A) = 30^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră determinantul $d = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$, unde $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$ sunt soluțiile ecuației $x^3 - 2x = 0$.
- 5p a) Să se calculeze $x_1 + x_2 + x_3$.
- 5p b) Să se calculeze $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.
- 5p c) Să se calculeze determinantul d .
2. Se consideră polinoamele cu coeficienți reali $f = X^4 + aX^3 - 28X^2 + bX + 96$, $g = X^2 + 2X - 24$ și $h = (X^2 + 2X - 24)(X^2 - 4)$.
- 5p a) Să se scrie forma algebrică a polinomului h .
- 5p b) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât polinoamele f și h să fie egale.
- 5p c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $16^x + 2 \cdot 8^x - 28 \cdot 4^x - 8 \cdot 2^x + 96 = 0$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$.
- 5p a) Să se verifice că $f'(x) = \frac{2 - \ln x}{2x\sqrt{x}}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f .
- 5p c) Să se demonstreze că $3^{\sqrt{5}} \leq 5^{\sqrt{3}}$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} e \cdot e^x, & x \leq -1 \\ 2 + x, & x > -1 \end{cases}$.
- 5p a) Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
- 5p b) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$, $x \in [0, 2]$.
- 5p c) Să se calculeze $\int_{-2}^0 \frac{x f(x)}{e} dx$.