VARIANTA 1

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $C_3^2 + 3!$.

5p 2. Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_5(3x+4) = 2$.

5p 3. Să se calculeze $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$, știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - x - 2 = 0$.

5p 4. Se consideră funcția $f:[0,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2$. Să se determine mulțimea valorilor funcției f.

5p 5. Fie punctele $A(2,-1)$ și $B(-1,3)$. Să se determine numerele reale a și b astfel încât $\overline{AB} = a\overline{i} + b\overline{j}$.

5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 4, AC = \sqrt{7}$ și $BC = \sqrt{3}$. Să se calculeze măsura unghiului B.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră determinantul $d = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$, unde $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$ sunt soluțiile ecuației $x^3 - 3x + 2 = 0$.

5p a) Să se calculeze $x_1 + x_2 + x_3$.

5p b) Să se arate că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -6$.

5p c) Să se calculeze valoarea determinantului d.

2. Pe mulțimea numerelor reale definim operația $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$.

5p a) Să se verifice că $x \circ y = (x+4)(y+4) - 4$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se calculeze $x \circ (-4)$, unde x este număr real.

5p c) Știind că operația „$\circ$" este asociativă, să se calculeze $(-2009) \circ (-2008) \circ \cdots \circ 2008 \circ 2009$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.

5p a) Să se calculeze derivata funcției f.

5p b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f.

5p c) Să se demonstreze că $f(x) \le -4$ pentru orice $x < -1$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + e^x, & x \le 0 \\ \sqrt{x} + 1, & x > 0 \end{cases}$.

5p a) Să se arate că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p b) Să se calculeze $\int_{-1}^{0} x f(x)\,dx$.

5p c) Să se determine volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[0;1] \to \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$.