VARIANTA 2

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$. Să se determine $f(-4)\cdot f(-3)\cdot\ldots\cdot f(3)\cdot f(4)$.

5p **2.** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $\log_2(x+2)+\log_2 x=3$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi inecuația $x^2-5x+5\le 1$.

5p **4.** Să se demonstreze că pentru orice $x\in\mathbb{R}$ numerele 3^x-1, 3^{x+1} și $5\cdot 3^x+1$ sunt termeni consecutivi într-o progresie aritmetică.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,-8)$ și $B(6,3)$. Să se determine coordonatele vectorului $\overline{OA}+\overline{OB}$.

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului ABC știind că $AC=2$, $m(\sphericalangle BAC)=30^\circ$ și $AB=4$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră determinantul $d=\begin{vmatrix} a & b & c\\ c & a & b\\ b & c & a\end{vmatrix}$, unde $a,b,c\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Pentru $a=2$, $b=1$ și $c=-1$, să se calculeze determinantul d.

5p **b)** Să se verifice că $d=\frac{1}{2}(a+b+c)((a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2)$, oricare ar fi $a,b,c\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\begin{vmatrix} 2^x & 3^x & 5^x\\ 5^x & 2^x & 3^x\\ 3^x & 5^x & 2^x\end{vmatrix}=0$.

2. Pe mulțimea numerelor reale definim operația $x\circ y=2xy-6x-6y+21$.

5p **a)** Să se arate că $x\circ y=2(x-3)(y-3)+3$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x=11$.

5p **c)** Știind că operația "$\circ$" este asociativă, să se calculeze $1\circ\sqrt{2}\circ\sqrt{3}\circ\ldots\circ\sqrt{2009}$.

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-e^{-x}$.

5p **a)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$.

5p **b)** Să se arate că funcția f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Să se calculeze $S=g(0)+g(1)+\ldots+g(2009)$, unde $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=f'(x)-f''(x)$.

2. Se consideră funcțiile $f,F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^x$ și $F(x)=(x-1)e^x$.

5p **a)** Să se verifice că funcția F este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Să se calculeze aria suprafeței plane determinate de graficul funcției f, axa Ox și dreptele $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Să se demonstreze că $\int_1^x \frac{f(t)f''(t)-(f'(t))^2}{f^2(t)}\,dt=\frac{x+1}{x}-2$, pentru orice $x>1$.