

## VARIANTA 4

### SUBIECTUL I (30p)

- 5p 1. Să se determine soluțiile întregi ale inecuației  $(x-1)^2 + x - 7 < 0$ .
- 5p 2. Să se calculeze suma primilor 5 termeni ai unei progresii aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_1 = 1$  și  $a_2 = 3$ .
- 5p 3. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = mx^2 - 8x - 3$ , unde  $m$  este un număr real nenul. Să se determine  $m$  știind că valoarea maximă a funcției  $f$  este egală cu 5.
- 5p 4. Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $\log_2(x+2) - \log_2(x-5) = 3$ .
- 5p 5. Să se determine numărul real  $a$  știind că vectorii  $\vec{u} = 2\vec{i} + a\vec{j}$  și  $\vec{v} = 3\vec{i} + (a-2)\vec{j}$  sunt coliniari.
- 5p 6. Să se calculeze raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$ , știind că  $AB = 3$  și  $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$ .

### SUBIECTUL II (30p)

1. În mulțimea  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  se consideră matricele  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$  și  $X(a) = I_2 + aA$ , unde  $a \in \mathbb{R}$ .
- 5p a) Să se calculeze  $A^3$ , unde  $A^3 = A \cdot A \cdot A$ .
- 5p b) Să se verifice dacă  $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+ab)$ , oricare ar fi numerele  $a, b \in \mathbb{R}$ .
- 5p c) Să se calculeze suma  $X(1) + X(2) + X(3) + \dots + X(2009)$ .
2. Se consideră inelul  $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ , unde  $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$ .
- 5p a) Să se rezolve în  $\mathbb{Z}_6$  ecuația  $\hat{2}x + \hat{5} = \hat{1}$ .
- 5p b) Să se calculeze determinantul  $\begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \end{vmatrix}$  în  $\mathbb{Z}_6$ .
- 5p c) Să se rezolve în  $\mathbb{Z}_6$  sistemul de ecuații  $\begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{4} \\ x + \hat{2}y = \hat{5} \end{cases}$ .

### SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + e^{-x}$ .
- 5p a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Să se arate că  $f$  este descrescătoare pe  $(-\infty, 0]$  și crescătoare pe  $[0, +\infty)$ .
- 5p c) Să se determine ecuația asimptotei oblice către  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = (x+1)^3 - 3x^2 - 1$ .
- 5p a) Să se calculeze  $\int_0^1 g(x) dx$ .
- 5p b) Să se determine numărul real  $a > 1$  astfel încât  $\int_1^a (g(x) - x^3) \cdot e^x dx = 6e^a$ .
- 5p c) Să se calculeze  $\int_0^1 (3x^2 + 3) \cdot g^{2009}(x) dx$ .