Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați numărul complex z, știind că $2z+\overline{z}=6+i$, unde $\overline{z}$ este conjugatul lui z.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-5$. Calculați $f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(10)$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x+3)=1+\log_2(x+1)$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele egale.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$ și $B(5,5)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $C(-2,6)$ și este perpendiculară pe dreapta AB.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=3\sqrt{2}$, $m(\sphericalangle ACB)=30^\circ$ și $m(\sphericalangle BAC)=45^\circ$. Determinați lungimea laturii BC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 3 & x\\ 4 & 9 & x^2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Calculați $A(1)-A(0)$.

5p **b)** Arătați că $\det(A(x))=(x-2)(x-3)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\det(A(a))\leq\det(A(x))$, pentru orice număr real x.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=4xy-4x-4y+5$.

5p **a)** Arătați că $x\circ y=4(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Arătați că $N=2016\circ 2017$ este pătratul unui număr natural.

5p **c)** Determinați numerele naturale a și b pentru care $a\circ b=13$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=x(2\ln x+1)$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $1+2ef(x)\geq 0$, pentru orice număr real x, $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)e^x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 f(x)e^{-x}\,dx=-\frac{1}{2}$.

5p **b)** Determinați numărul real a, știind că funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=(x+a)e^x$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Arătați că $\int_0^1 x^3 f(x)\,dx\leq-\frac{1}{20}$.