

# Capitolul 5

## Lectia 1.

1.  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle B = 45^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$ ,  $\angle D = 25^\circ 30'$ ,  $\angle E = 45^\circ$ ,  
 $\angle F = 64^\circ 30'$ ,  $\angle G = 34^\circ 27'$ ,  $\angle H = 55^\circ 33'$

$$\angle A + \angle C = 90^\circ \Rightarrow \angle A \text{ și } \angle C \text{ complementare}$$

$$\angle B + \angle E = 90^\circ \Rightarrow \angle B \text{ și } \angle E \text{ complementare}$$

$$\angle D + \angle F = 90^\circ \Rightarrow \angle D \text{ și } \angle F \text{ complementare}$$

$$\angle G + \angle H = 90^\circ \Rightarrow \angle G \text{ și } \angle H \text{ complementare}$$

Perechile de unghiuri complementare sunt:  $\angle A$  și  $\angle C$ ;  
 $\angle B$  și  $\angle E$ ;  $\angle D$  și  $\angle F$ ;  $\angle G$  și  $\angle H$

2.  $\angle A = 120^\circ$   $\angle E = 142^\circ 20'$

$$\angle B = 37^\circ 40'$$

$$\angle F = 94^\circ 12'$$

$$\angle C = 60^\circ$$

$$\angle D = 85^\circ 48'$$

$$\angle A + \angle C = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \angle A \text{ și } \angle C \text{ suplementare}$$

$$\angle B + \angle E = 37^\circ 40' + 142^\circ 20' = 179^\circ 60' = 180^\circ \Rightarrow \angle B \text{ și } \angle E \text{ suplementare}$$

$$\angle D + \angle F = 85^\circ 48' + 94^\circ 12' = 179^\circ 60' = 180^\circ \Rightarrow \angle D \text{ și } \angle F \text{ suplementare}$$

Perechile de unghiuri suplementare sunt:  $\angle A$  și  $\angle C$ ;  
 $\angle B$  și  $\angle E$  respectiv  $\angle D$  și  $\angle F$ .

$$\begin{array}{l}
 3. \quad \angle A \text{ in } \angle P \\
 \angle B \text{ in } \angle Q \\
 \angle C \text{ in } \angle R \\
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{ sunt complementare} \\
 \angle A = 60^\circ; \angle B = 42^\circ; \angle C = 37^\circ 43' \\
 \angle P, \angle Q, \angle R = ?
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \angle A + \angle P &= 90^\circ \quad (\Rightarrow) \quad 60^\circ + \angle P = 90^\circ \quad (\Rightarrow) \quad \angle P = 90^\circ - 60^\circ = \\
 &\Rightarrow \angle P = 30^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \angle B + \angle Q &= 90^\circ \quad (\Rightarrow) \quad 42^\circ + \angle Q = 90^\circ \quad (\Rightarrow) \quad \angle Q = 90^\circ - 42^\circ = \\
 &\Rightarrow \angle Q = 48^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \angle C + \angle R &= 90^\circ \quad (\Rightarrow) \quad 37^\circ 43' + \angle R = 90^\circ \quad (\Rightarrow) \quad \angle R = 90^\circ - 37^\circ 43' = \\
 &(\Rightarrow) \angle R = 89^\circ 60' - 37^\circ 43' \Rightarrow \angle R = 52^\circ 17'
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}
 4. \quad \angle M \text{ in } \angle U \\
 \angle N \text{ in } \angle V \\
 \angle P \text{ in } \angle W \\
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{ sunt suplementare} \\
 \angle M = 120^\circ \\
 \angle P = 165^\circ 34' \\
 \angle N = 150^\circ
 \end{array}$$

$$\angle U; \angle V; \angle W = ?$$

$$\begin{aligned}
 \angle M + \angle U &= 180^\circ \quad (\Rightarrow) \quad 120^\circ + \angle U = 180^\circ \quad (\Rightarrow) \quad \angle U = 180^\circ - 120^\circ = \\
 &\Rightarrow \angle U = 60^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \angle N + \angle V &= 180^\circ \quad (\Rightarrow) \quad 150^\circ + \angle V = 180^\circ \quad (\Rightarrow) \quad \angle V = 180^\circ - 150^\circ = \\
 &\Rightarrow \angle V = 30^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \angle P + \angle W &= 180^\circ \quad (\Rightarrow) \quad 165^\circ 34' + \angle W = 180^\circ \quad (\Rightarrow) \\
 &(\Rightarrow) \angle W = 180^\circ - 165^\circ 34' \quad (\Rightarrow) \quad \angle W = 179^\circ 60' - 165^\circ 34' = \\
 &\Rightarrow \angle W = 14^\circ 26'
 \end{aligned}$$

$$5. \quad \widehat{ABC} + \widehat{CBA} = 90^\circ$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{CBA} = x \quad \Bigg/ \Rightarrow x + x = 90^\circ \Leftrightarrow 2x = 90^\circ \Leftrightarrow$$

$$x = ? \quad \quad \quad \Leftrightarrow x = 90^\circ : 2 \Rightarrow x = 45^\circ$$

$$6. \quad \widehat{BAC} + \widehat{CAB} = 180^\circ$$

$$\widehat{BAC} = \widehat{CAB} = y \quad \Bigg/ \Rightarrow y + y = 180^\circ \Leftrightarrow 2y = 180^\circ \Leftrightarrow$$

$$y = ? \quad \quad \quad \Leftrightarrow y = 180^\circ : 2 \Rightarrow y = 90^\circ$$

$$7. \quad \sphericalangle A + \sphericalangle M = 180^\circ$$

$$\sphericalangle B + \sphericalangle M = 180^\circ$$

$$\sphericalangle M = 128^\circ$$

$$\sphericalangle A, \sphericalangle B = ?$$

Rezolvare:

$$\sphericalangle A + \sphericalangle M = 180^\circ$$

$$\sphericalangle M = 128^\circ \quad \Bigg/ \Rightarrow \sphericalangle A + 128^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow \sphericalangle A = 180^\circ - 128^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sphericalangle A = 52^\circ$$

$$\sphericalangle B + \sphericalangle M = 180^\circ$$

$$\sphericalangle M = 128^\circ \quad \Bigg/ \Rightarrow \sphericalangle B + 128^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow \sphericalangle B = 180^\circ - 128^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sphericalangle B = 52^\circ$$

$$\sphericalangle A = 52^\circ$$

$$\sphericalangle B = 52^\circ \quad \Bigg/ \Rightarrow \sphericalangle A = \sphericalangle B \Rightarrow \sphericalangle A \equiv \sphericalangle B$$

$$8. \quad \sphericalangle C + \sphericalangle P = 90^\circ$$

$$\sphericalangle \Delta + \sphericalangle P = 90^\circ$$

$$\sphericalangle P = 27^\circ 35'$$

$$\sphericalangle C, \sphericalangle \Delta = ?$$

Rezolvare:  $\sphericalangle C + \sphericalangle P = 90^\circ \Leftrightarrow \sphericalangle C = 90^\circ - 27^\circ 35' \Leftrightarrow \sphericalangle C = 62^\circ 25'$

$$\sphericalangle \Delta + \sphericalangle P = 90^\circ \Leftrightarrow \sphericalangle \Delta = 90^\circ - 27^\circ 35' \Leftrightarrow \sphericalangle \Delta = 62^\circ 25' \Bigg/ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sphericalangle C = \sphericalangle \Delta \Rightarrow \sphericalangle C \equiv \sphericalangle \Delta$$

9.  $\angle A$  și  $\angle B$  suplementare  $\Rightarrow \angle A + \angle B = 180^\circ$   
 $\angle B = \angle A + 45^\circ$   
 $\angle A, \angle B = ?$

Rezolvare:

$$\begin{array}{l} \angle A + \angle B = 180^\circ \\ \angle B = \angle A + 45^\circ \end{array} \Bigg/ \Rightarrow \angle A + \angle A + 45^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\hat{A} = 180^\circ - 45^\circ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\hat{A} = 135^\circ \Leftrightarrow \hat{A} = 135^\circ : 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \hat{A} = 134^\circ 60' : 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 67^\circ 30'$$

$$\angle B = 67^\circ 30' + 45^\circ = 112^\circ 30'$$

10.  $\angle P$  și  $\angle Q$  complementare  $\Rightarrow \angle P + \angle Q = 90^\circ$   
 $\frac{\angle P}{\angle Q} = \frac{2}{3}$   
 $\angle P, \angle Q = ?$

Rezolvare:

$$\angle P + \angle Q = 90^\circ$$

$$\frac{\angle P}{\angle Q} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \angle P = 2(\angle Q) : 3 \Bigg/ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\hat{Q} : 3 + \angle Q = 90^\circ \Bigg/ \cdot 3 \Leftrightarrow 2\hat{Q} + 3\hat{Q} = 270^\circ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5\hat{Q} = 270^\circ \Leftrightarrow \hat{Q} = 270^\circ : 5 \Rightarrow \hat{Q} = 54^\circ$$

$$\angle P + 54^\circ = 90^\circ \Leftrightarrow \angle P = 90^\circ - 54^\circ \Leftrightarrow \angle P = 36^\circ$$

11. a)  $\angle CAS$  și  $\angle DAB$  sunt suplementare  
 b)  $\angle PQR$  și  $\angle STU$  sunt suplementare  
 c)  $\angle MNP$  și  $\angle WVU$  nu sunt suplementare  
 d)  $\angle YOX$  și  $\angle PQR$  sunt suplementare  
 e)  $\angle JIK$  și  $\angle NML$  nu sunt suplementare

12. a)  $\sphericalangle YOZ$  și  $\sphericalangle ZOY$  sunt complementare  
 b)  $\sphericalangle EFG$  și  $\sphericalangle JJK$  sunt complementare  
 c)  $\sphericalangle CAB$  și  $\sphericalangle TUV$  nu sunt complementare  
 d)  $\sphericalangle MNG$  și  $\sphericalangle QNP$  nu sunt complementare

13.  $\sphericalangle A$  și  $\sphericalangle M$   
 $\sphericalangle B$  și  $\sphericalangle N$  } sunt suplementare  
 $\sphericalangle A = \sphericalangle B = x$   
 $\sphericalangle M \equiv \sphericalangle N$

Rezolvare:

$$\begin{aligned} \sphericalangle A + \sphericalangle M &= 180^\circ \Rightarrow \sphericalangle M = 180^\circ - x \\ \sphericalangle B + \sphericalangle N &= 180^\circ \Rightarrow \sphericalangle N = 180^\circ - x \end{aligned} \quad \Bigg/ \Rightarrow \sphericalangle M = \sphericalangle N \Rightarrow$$

$$\sphericalangle A = \sphericalangle B = x$$

$$\Rightarrow \sphericalangle M \equiv \sphericalangle N$$

14. Enunțul problemei: Unghiurile din perechile  $C$  și  $P$ , respectiv  $\Delta$  și  $Q$  sunt complementare, iar  $\sphericalangle C = \sphericalangle \Delta = x$ . Demonstrează că  $\sphericalangle P \equiv \sphericalangle Q$ .

$\sphericalangle C$  și  $\sphericalangle P$  complementare  
 $\sphericalangle \Delta$  și  $\sphericalangle Q$  complementare

$$\sphericalangle C = \sphericalangle \Delta = x$$

$$\sphericalangle P \equiv \sphericalangle Q$$

Rezolvare:

$$\begin{aligned} \sphericalangle C + \sphericalangle P &= 90^\circ \\ \sphericalangle \Delta + \sphericalangle Q &= 90^\circ \\ \sphericalangle C = \sphericalangle \Delta &= x \end{aligned} \quad \Bigg/ \Rightarrow \sphericalangle P = 90^\circ - x \quad \Bigg/ \Rightarrow$$

$$\sphericalangle Q = 90^\circ - x \quad \Bigg/ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sphericalangle P = \sphericalangle Q \Rightarrow \sphericalangle P \equiv \sphericalangle Q$$

15. Fie  $\angle A$  și  $\angle B$  cele 2 unghiuri complementare

$$\angle A + \angle B = 90^\circ \Rightarrow \angle A \leq 90^\circ \text{ și } \angle B \leq 90^\circ$$