

## Lectia 6

### Proprietăți ale divizibilității în $\mathbb{N}$

I a)  $28 = 7 \cdot 4$

$$\begin{array}{l} 28 : 7 \\ 28 : 4 \end{array} \Bigg| \Rightarrow 28 : 7 \cdot 4$$

b)  $366 = 122 \cdot 3$

$$\begin{array}{l} 366 : 122 \\ 366 : 3 \end{array} \Bigg| \Rightarrow 366 : 122 \cdot 3$$

c)  $183 = 13 \cdot 14 + 1$

$$\begin{array}{l} 183 \cancel{:} 13 \\ 183 \cancel{:} 14 \end{array} \Bigg| \Rightarrow \begin{array}{l} 183 \cancel{:} 13 \cdot 14 \\ 183 : 1 \end{array} \Bigg| \Rightarrow 183 \cancel{:} (13 \cdot 14 + 1)$$

d)  $255 = 23 \cdot 11 + 2$

$$\begin{array}{l} 255 \cancel{:} 23 \\ 255 \cancel{:} 11 \end{array} \Bigg| \Rightarrow \begin{array}{l} 255 \cancel{:} 23 \cdot 11 \\ 255 \cancel{:} 2 \end{array} \Bigg| \Rightarrow 255 \cancel{:} (23 \cdot 11 + 2)$$

e)  $157 = 9 \cdot 17 + 4$

$$\begin{array}{l} 157 \cancel{:} 9 \\ 157 \cancel{:} 17 \end{array} \Bigg| \Rightarrow \begin{array}{l} 157 \cancel{:} 9 \cdot 17 \\ 157 \cancel{:} 4 \end{array} \Bigg| \Rightarrow 157 \cancel{:} (9 \cdot 17 + 4)$$

f)  $93 = 3 \cdot (17 + 14)$

$$\begin{array}{l} 93 : 3 \\ 93 : \underbrace{(17 + 14)}_{31} \end{array} \Bigg| \Rightarrow 93 : 3 \cdot \underbrace{(17 + 14)}_{31}$$



2. a) 56 este multiplu al lui 7 și al lui 8 (A)  
 b) 72 este multiplu al lui 8 și nu este multiplu al lui 9 (F)  
 c) 2 și 7 sunt divizori ai lui 70 (A)  
 d) 3 și 5 sunt divizori ai lui 45 (A)  
 e) 23 este multiplul lui 3 (F)  
 f) 36 este multiplu al lui 6 (A)

Nr.	Multimea divizorilor numărului	Nr. este prim sau este compus	Cel mai mare divizor $\neq 1$	Cel mai mic divizor $\neq n$
30	$\Delta_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$	nr. compus	2	30
43	$\Delta_{43} = \{1, 43\}$	nr. prim	—	43
55	$\Delta_{55} = \{1, 5, 11, 55\}$	nr. compus	5	55
66	$\Delta_{66} = \{1, 2, 3, 6, 11, 22, 33, 66\}$	nr. compus	2	66
1	$\Delta_1 = \{1\}$	—	—	1
0	$\Delta_0 = \{1, 2, \dots, n\}$	—	2.	n
111	$\Delta_{111} = \{1, 3, 37, 111\}$	nr. compus	3	111
84	$\Delta_{84} = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84\}$	nr. compus	2	84

4.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



5. Nr. naturale mai mici decât 79, divizibile cu 11 sunt:

$$M_{11} < 79 \Rightarrow \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77\}$$

6.  $40 < M_6 < 57 \Rightarrow \{42, 48, 54\}$

7. a) 42 și 55

$$\Delta_{42} = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$$

$$\Delta_{55} = \{1, 5, 11, 55\}$$

$$\Bigg| \Rightarrow \emptyset$$

b) 30 și 42

$$\Delta_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

$$\Delta_{42} = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$$

$$\Bigg| \Rightarrow \{2, 3, 6\}$$

c) 55 și 30

$$\Delta_{55} = \{1, 5, 11, 55\}$$

$$\Delta_{30} = \{1, 2, 5, 6, 15, 30\}$$

$$\Bigg| \Rightarrow \{5\}$$

8. a) 3 și 6

$$M_3 = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, \dots\}$$

$$M_6 = \{0, 6, 12, 18, 24, \dots\}$$

$$\Bigg| \Rightarrow \{0, 6, 12, 18\}$$

b) 3 și 5

$$M_5 = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, \dots, 60, \dots\}$$

$$M_3 = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, \dots, 60, \dots\}$$

$$\Rightarrow \{0, 15, 30, 45\}$$

c) 6 ni 8

$$M_6 = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, \dots, 72, \dots, 96, \dots\}$$

$$M_8 = \{0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, \dots, 72, \dots, 96, \dots\}$$

$$\Rightarrow \{0, 24, 48, 72\}$$

d) 15 ni 35

$$M_{15} = \{0, 15, 30, 45, 60, \dots, 105, \dots, 210, \dots, 315, \dots, 420, \dots\}$$

$$M_{35} = \{0, 35, 70, \dots, 105, \dots, 210, \dots, 315, \dots, 420, \dots\}$$

$$\Rightarrow \{0, 105, 210, 315\}$$

9.

a) 12 dm  $\rightarrow$  120 dm  $\Rightarrow 120 : 12 = 10$  rotatu

12 dm  $\rightarrow$  240 dm  $\Rightarrow 240 \text{ dm} : 12 \text{ dm} = 20$  rotatu

b) distanta  $> 120$  dm  $\Rightarrow 240$  dm, 360 dm, ni 480 dm

10.

$$d_s = 2 \text{ m}$$

$d_s$  = distanta dintre stâlpi

a)  $d = (13 - 1) \cdot 2 \text{ m} = 12 \cdot 2 \text{ m} = 24 \text{ m}$

b)  $d : 2$  sau  $2 | d$



11. a)  $a : 21 \Rightarrow a : 3 \cdot 7 \Rightarrow a : 3$  și  $a : 7 \Rightarrow$  restul împărțirii lui  $a$  la 3 este zero

sau

$$a : 21 \Rightarrow a = 21 \cdot b \Rightarrow a = 3 \cdot 7 \cdot b \quad \Bigg| \Rightarrow a : 3 \Rightarrow \text{restul împărțirii lui } a \text{ la } 3 \text{ este zero.}$$
$$3 \cdot 7 \cdot b : 3$$

b) Un număr natural  $b$  este divizibil cu 14. Aflați restul împărțirii lui  $b$  la 7.

$$b : 14 \Rightarrow b = 14 \cdot c \Rightarrow b = 2 \cdot 7 \cdot c \quad \Bigg| \Rightarrow b : 7, \text{ deci}$$
$$2 \cdot 7 \cdot c : 7$$

restul împărțirii lui  $b$  la 7 este zero.

12. Dan =  $x$  caiete  
George =  $3 \cdot x$  caiete

Dan = ?  
 $27 : 3 \cdot x \Rightarrow 3 \cdot x = D_{27} = \{1, 3, 9, 27\}$

- I  $3 \cdot x = 1$  nu conține
- II  $3 \cdot x = 3 \Rightarrow x = 1$  caiete are Dan și 3 caiete are George
- III  $3 \cdot x = 9 \Rightarrow x = 3$  caiete are Dan și 9 caiete are George
- IV  $3 \cdot x = 27 \Rightarrow x = 9$  caiete are Dan și 27 caiete are George

Deci, problema are 3 soluții.